Matematica

Anno 2

Sistemi di disequazioni di secondo grado

Introduzione

In questa lezione verrà data una definizione di **sistema** di **disequazioni** di **secondo grado**, verrà illustrato un caso e risolto tramite l'applicazione di esso.

Per poter seguire la lezione è necessario sapere risolvere le disequazioni di secondo grado.

Al termine della lezione sarai in grado di:

- definire e riconoscere i sistemi di disequazioni
- risolvere i sistemi di disequazioni

In questa lezione parleremo di sistemi di disequazioni di secondo grado.

Verrà fornita una definizione, verrà illustrata la loro risoluzione e applicazione.

Per seguire la lezione è necessario conoscere come risolvere una disequazione di secondo grado.

Al termine della lezione sarai in grado di:

- definire e riconoscere un sistema di disequazioni di secondo grado;
- risolvere un sistema di disequazioni di secondo grado.

Definizione di sistema di disequazioni di secondo grado

Un **sistema** di **disequazioni** è un insieme di 2 o più disequazioni aventi la **stessa incognita** i cui valori verificano contemporaneamente le disequazioni.

Esempio 1:

$$\begin{cases} 3x^2+5x<0 \\ 2x^2+x+11<0 \end{cases}$$

Esempio 2:

$$\begin{cases} 4x^2+5x+1<0 \\ 7x+18>0 \end{cases}$$

Esempio 3:

$$\begin{cases} 3x^2+5x<0 \\ 2y^2+y+11>0 \end{cases}$$

Esempio 4:

$$\begin{cases} 4y^2+5x+1<0 \\ 7x^2+18>0 \end{cases}$$

La definizione di un sistema di disequazioni, in matematica, è la seguente:

“Un sistema di disequazioni è un insieme di due o più disequazioni aventi la stessa incognita i cui valori verificano contemporaneamente le disequazioni.”

Un sistema, infatti, per essere definito di disequazioni di secondo grado deve essere formato dalle stesse incognite.

Osservando gli esempi notiamo che il primo e il secondo esempio hanno la stessa incognita.

Invece, il terzo e il quarto esempio rappresentano due sistemi formati da due disequazioni di secondo grado ma con incognite differenti.

Gestione videonoleggio

Un commerciante deve valutare il **numero** "x" di film che può comprare con il suo **capitale** "C".
Supponiamo che un film **costi** al noleggiatore una media di "a" euro.
Allora il **numero** di **film** che può comprare soddisfa la disequazione:

$$C-ax\geq 0$$

Esempio:
$10000-(15x)\geq 0$

Inoltre, il commerciante stima **quanti film** vengono **noleggiati**.
Se ogni DVD viene preso in media "N" volte e se un film viene noleggiato ai clienti in media a "b" euro, deve risultare che

$$Nbx-C\geq 0$$

altrimenti il noleggiatore non recupera il suo capitale.

Esempio:
$(9\cdot 3\cdot x)-10000\geq 0$

Il numero medio di noleggi "N" di un singolo DVD si può pensare proporzionale al numero di DVD presenti nel distributore: $N=px$.
Sostituendo a "N" il valore "px", otteniamo:

$$pbx^2-C\geq 0$$

Esempio:
$(3\cdot 3\cdot x^2)-10000\geq 0$

Per comprendere meglio la funzione delle disequazioni proviamo a risolvere questo problema.

Un commerciante decide di aprire un videonoleggio. Deve valutare il numero "x" di film che può comprare con il suo capitale "C" poiché non è detto che a un numero maggiore di film corrisponda un maggior guadagno.

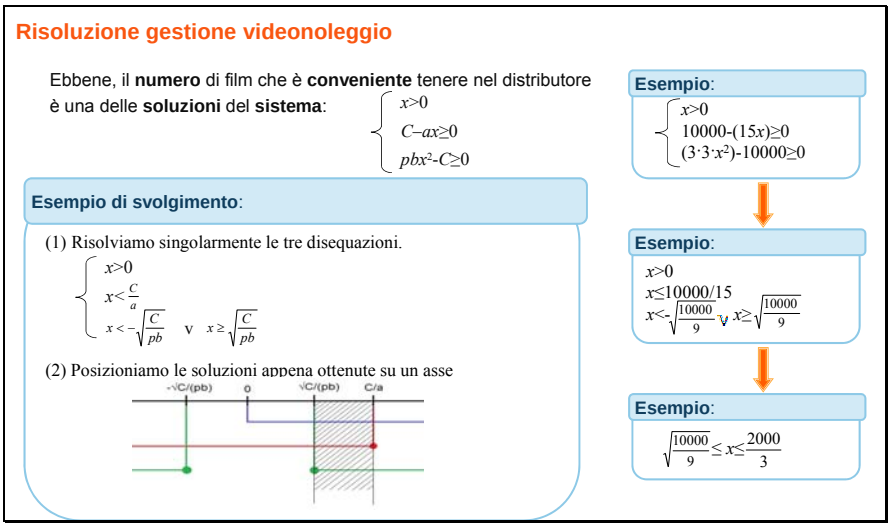
Supponiamo che un film costi al noleggiatore una media di "a" euro. Allora il numero di film che può comprare soddisfa la disequazione $C-ax\geq 0$, che è come dire che non può comprarne più di quelli che il suo capitale gli permette.

Inoltre, il commerciante avveduto stima quanti film vengono noleggiati.

Se ogni DVD viene preso in media "N" volte e se un film viene noleggiato ai clienti in media a "b" euro, deve risultare: $Nbx-C\geq 0$, altrimenti il noleggiatore non recupera il suo capitale.

Del resto, il numero medio di noleggi "N" di un singolo DVD si può pensare proporzionale al numero di DVD presenti nel distributore: "N" uguale a "p" per "x". Una grande varietà di film, infatti, attrae maggiormente i clienti. Sostituendo a "N" il valore "px", otteniamo: $pbx^2-C\geq 0$.

Note



Ebbene, il numero che è conveniente tenere nel distributore è una delle soluzioni del sistema composto dalle disequazioni:

- $x>0$;
- $C-ax\geq 0$;
- $pbx^2-C\geq 0$.

Risolviamo singolarmente le tre disequazioni e otteniamo:

- $x>0$;
- $x\leq C/a$;
- $x\leq-\sqrt{(C/(pb))} \vee x\geq\sqrt{(C/(pb))}$.

Posizioniamo le soluzioni appena ottenute su un asse.

Le soluzioni del sistema sono quelle in cui si la prima, sia la seconda che la terza disequazione sono verificate.

In questo caso la soluzione è: $\sqrt{(C/(pb))}\leq x\leq C/a$.

Infine proviamo a risolvere questo sistema inserendo i valori presentati nell'esempio precedente.

Conclusione gestione videonoleggio

La **soluzione** del **problema** è: $\sqrt{\frac{C}{pb}} \leq x \leq \frac{C}{a}$.

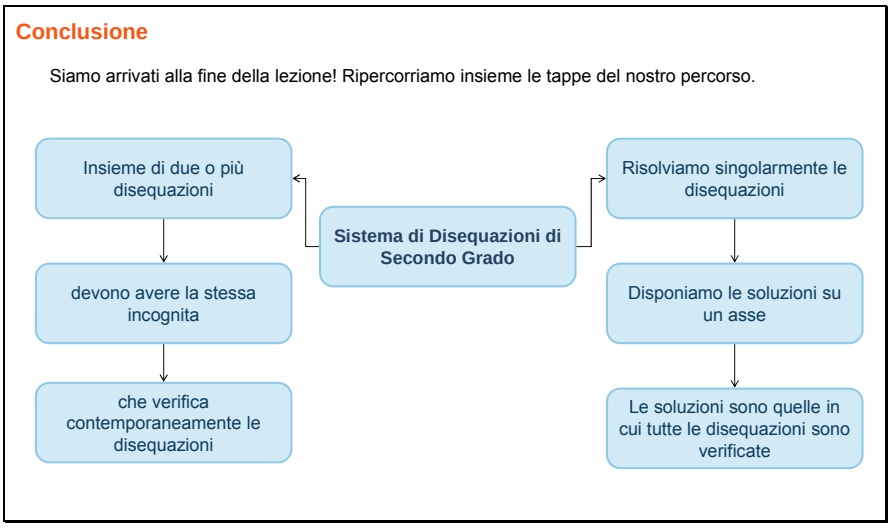
Ciò significa che il **commerciante** non potrà comprare più di $\frac{C}{a}$ DVD perché il suo capitale non glielo permette, ma dovrà acquistare più di $\sqrt{\frac{C}{pb}}$ per avere un guadagno.

Trovare questo risultato con un **sistema** di **disequazioni** è stato possibile perché esso consente di trovare i valori dell'incognita per cui tutte le disequazioni siano verificate.

Come abbiamo appena detto a soluzione del problema è: $\sqrt{(C/(pb))} \leq x \leq C/a$.

Ciò significa che il commerciante non potrà comprare più di C/a DVD perché il suo capitale non glielo permette, ma dovrà acquistare più di $\sqrt{(C/(pb))}$ per avere un guadagno.

Trovare questo risultato con un sistema di disequazioni è stato possibile perché esso consente di trovare i valori dell'incognita per cui tutte le disequazioni siano verificate.



Siamo arrivati alla fine della lezione! Ripercorriamo insieme le tappe del nostro percorso relativo ai sistemi di disequazioni di secondo grado.

Un sistema di disequazioni di secondo grado è un'insieme di due o più disequazioni le quali devono avere la stessa incognita che verifica contemporaneamente tutte le disequazioni.

Per risolvere un sistema di disequazioni inizialmente le risolviamo singolarmente.

Successivamente disponiamo le soluzioni su un asse.

Le soluzioni del sistema sono quelle in cui tutte le soluzioni del sistema sono verificate.

Note